

## GIOCO DELLE 12 PALLINE

Si ha a disposizione una bilancia a due piatti, senza pesi, e 12 palline *una* delle quali *potrebbe* essere diversa. Bisogna trovare la pallina diversa con tre confronti

(Si vuole portare un esempio di un insieme sul quale abbiamo fin dall'inizio molta informazione, un esempio nel quale l'informazione si nasconde, nel quale è difficile rendersi conto se si è sfruttata tutta l'informazione a disposizione, per far capire quanto difficile sia riconoscere l'entità *Informazione*).

### 1. SOLUZIONE IN 4 PASSI

PRIMO CASO		SECONDO CASO		
<b>I passo</b> $ABCD > EFGH$		<b>I passo</b> $ABCD = EFGH$		
<b>II</b> $EFGH < ILMN$	$EFGH = ILMN$	$ABCD > ILMN$	$ABCD = ILMN$	$ABCD < ILMN$
la pallina diversa c'è e pesa di meno	la pallina diversa c'è e pesa di più	la pallina diversa c'è e pesa meno	le palline sono tutte uguali	La pallina diversa c'è e pesa di più
<b>III</b> $EF < GH$	$AB < CD$	$AB > MN$		$AB > MN$
<b>IV</b> Confronto E con F, quella che pesa di meno è la pallina cercata	Confronto C con D, quella che pesa di più è la pallina cercata	$M > N$ M		$M > N$ N

## 2. SOLUZIONE IN 3 PASSI

Divido le 12 palline in tre gruppi

(ABCD)                      (EFGH)                      (ILMN)

### PRIMO CASO

I passo

(ABCD)>(EFGH) ( oppure <, in definitiva i due gruppi sono di peso diverso)  
se la pallina è più pesante allora è a sinistra altrimenti a destra, ma non posso saperlo,  
acquisisco però le seguenti informazioni:

- c'è una pallina diversa e tale pallina è tra le 8 utilizzate,
- a seconda del risultato del confronto acquisisco l'ulteriore importante informazione che se la pallina pesa più delle altre deve essere una di quelle che stanno nel piatto che scende, altrimenti deve essere una di quelle dell'altro piatto.

Proprio queste informazioni acquisite devono essere sfruttate per ottenere l'ottimizzazione della ricerca

Infatti prendo una pallina del gruppo di sinistra e due del gruppo di destra, o viceversa, e le metto in un piatto. Nell'altro piatto metto le altre due del gruppo di destra e un'altra del gruppo di sinistra, essendo consapevole che quelle del precedente gruppo di destra devono eventualmente dare un peso minore, e quelle del gruppo di sinistra un peso maggiore.

Osservare da che parte penderà il piatto mi permetterà quindi di decidere quali sono le possibili palline difettose.

II passo

Caso a) (AEF)>(BGH)

allora E F B sono regolari, ( se fossero state difettose avrebbero dovuto far pendere il piatto nel senso inverso, di più a destra e meno a sinistra) e o A è la diversa e pesa di più, o G o H sono diverse e una delle due pesa di meno.

Caso b)  $(AEF) < (BGH)$

allora A G H sono regolari, invece E o F è la diversa e una delle due pesa di meno o B è diversa e pesa di più

Caso c)  $(AEF) = (BGH)$

allora o C o D sono diverse e inoltre si sa che una delle due è più pesante dell'altra.

### III passo

Caso a) (confronto A con G o con H)

➤  $A > G$

allora A

➤  $A < G$

allora G

➤  $A = G$

allora H

Caso b) (confronto B con E o con F)

➤  $B > F$

allora A

➤  $B < F$

allora F

➤  $B = G$

allora E

Caso c)

➤  $C > D$

allora C

➤  $C < D$

allora D

## SECONDO CASO

I passo

$$(ABCD) = (EFGH)$$

II passo

prendo in considerazione tre delle 8 confrontate nel primo passo e risultate tutte regolari e tre del gruppo delle quattro non utilizzate.

Ho tre possibili casi:

Caso a)  $(ABI) > (LMD)$

Caso b)  $(ABI) < (LMD)$

Caso c)  $(ABI) = (LMD)$

III passo

(sfrutto l'informazione che A B D sono regolari)

Caso a)  $L > M$  allora  $M$

$L = M$  allora  $I$

$L < M$  allora  $L$

Caso b)  $L < M$  allora  $M$

$L = M$  allora  $I$

$L < M$  allora  $M$

Caso c)  $I = N$  tutte uguali

$I = N$  allora  $N$

**Confronto con il metodo precedente:  
analisi di come vengono utilizzate nei due casi le informazioni**

Si può facilmente vedere come le informazioni acquisite siano sfruttate in modo diverso nei due casi. Una informazione viene perduta con il primo metodo.

Dopo il primo passo non viene sfruttata l'importante acquisizione che se la pallina fa parte del gruppo di destra deve essere di peso superiore, altrimenti di peso inferiore.

Questa informazione viene resa inutilizzabile con il secondo passo, infatti l'informazione è assorbita dal successivo confronto che informa di preciso dove si trova la pallina diversa

**Il confronto**

ABCD > EFGH

Non porta solo una informazione:

- 1) c'è una pallina diversa,
- 2) se la pallina è maggiore sta nel gruppo di destra, se è minore sta nel gruppo di sinistra.
- 3) La seconda informazione se trascurata fa fare un passo in più.

Non basta non trascurare la seconda osservazione per riuscire a risolvere il problema. È necessario anche inventare la strategia per il passo successivo.

Una strategia vincente è utilizzare tutte le palline di un gruppo, due in un piatto e due nell'altro, e due palline dell'altro gruppo, una in un piatto e una nell'altro. In questo modo si confrontano sei delle otto palline di prima, ma il confronto permette di avere informazioni anche sulle due non riconfrontate.

Si può provare a procedere in altri modi e così ci si può rendere conto che non si può procedere in un modo qualunque.

Quanto detto sopra dovrebbe convincerci che l'informazione, anche quando viene riconosciuta, va gestita nel modo opportuno.

Inoltre bisogna tenere presente che anche se il problema potrebbe sembrare analogo alla ricerca solo del massimo o solo del minimo, le cose non stanno così, tra i due tipi di problema c'è una differenza enorme di informazione.

Nel caso della ricerca del Massimo o del minimo ho un insieme privo di qualunque informazione, se si esclude che siamo a conoscenza che gli oggetti sono tutti diversi tra di loro

.

Nel caso della ricerca della pallina forse diversa, ho un insieme ricco di informazione.

Ben 11 palline almeno sono uguali.

---

N. B.

Gli studenti potrebbero come prima cosa utilizzare delle biglie e provare a scoprire qual è la diversa soppesandole con le mani.

Successivamente dovrebbero riuscire a chiarire il ragionamento implicito, e partire da lì per riuscire a trovare l'algoritmo e quindi mettere in evidenza come si può discretizzare un problema "quotidiano".

Anche per altri problemi di queste unità si potrebbe procedere allo stesso modo .