DETERMINAZIONE DEL MASSIMO E DEL MINIMO DI n OGGETTI?

(Gli oggetti sono tutti diversi)

PRIMO METODO

Dati n oggetti, determinare il M e il m tra due qualunque e poi confrontare un altro elemento dell'insieme con il precedente massimo e minimo, fino ad esaurimento degli elementi: ad ogni passo mi troverò ad avere a disposizione un Massimo e un minimo e un ulteriore oggetto da confrontare con questi..

Si aggiungono, nel caso più sfortunato, due passi alla volta

Per n oggetti occorrono $1 + (n-2) * 2$ passi $= 2n - 3$ passi

per un numero grande di oggetti in pratica servono 2n passi

SECONDO METODO (migliore del precedente)

Si distingue

a)un numero pari di oggetti

b)un numero dispari di oggetti.

a) un numero pari di oggetti

Dati quattro oggetti

AB CD

Si confrontano i primi due (1 passo)

e gli altri due (1 passo)

e poi si confrontano i due massimi e i due minimi (2 passi)

Riassumendo 1 passo + 3 passi

nel senso che si considera una coppia di oggetti, e li si confronta (1 passo), poi si aggiungono 2 oggetti e li si confronta, poi si confrontano i due massimi e i due minimi (in tutto si devono aggiungere 3 passi)

Dati 6 oggetti 4 + 2

Tra i primi quattro ho trovato il massimo e il minimo

Confronto E ed F

Ne ho sempre quattro da confrontare, due +due

M m E F

Si trova il M e m dei nuovi quattro

e così via aggiungendone sempre 2 oggetti

Numero di passi

per un numero pari di oggetti

k= n/2, il numero di gruppi di due oggetti che ottengo

Numero di passi = 1+ (k-1) * 3 = 1 + (n/2-1) * 3 = 3 /2 * n – 2

Quindi se ho un numero pari oggetti li divido in coppie, parto da due + due e ne ottengo due.

Quindi ancora due + due e ne ottengo altri due.…

E così di seguito

Naturalmente per un numero grande di oggetti il numero di passi

è circa 3 /2 * n

b) <u>numero dispari di oggetti</u>,

tolgo uno, e procedo a trovare il massimo e il minimo di un numero n-1 pari di oggetti

Numero di passi per n-1 oggetti → 1 + ((n-1)/2 - 1) * 3

e poi aggiungo 2 passi per confrontare quello rimasto fuori con il massimo e con il minimo trovati

per n oggetti Numero di passi = 1 + ((n-1)/2 - 1) * 3 + 2 = 3/2 * (n-1)

Le due formule che danno il minor numero di confronti per la ricerca del m e del M

1. per n pari

   3/2*n-2

2. per n dispari

   3/2*(n-1)

Si possono riassumere nella formula

[(3n)/2] - 2 (divisione approssimata per eccesso)

1. Se n è pari evidentemente le formule coincidono
2. Se invece n è dispari

   $n = 2k + 1$ e quindi $k = (n-1)/2$

si ha

$[3/2*n] - 2 = [3/2*(2k+1)] - 2 = [3k + 3/2] - 2 = 3k + 2 - 2 = 3k = 3*(n-1)/2$

NB:

Se n=7 [(3n)/2] =11 3*[n/2] = 12 [3/2]*n = 14

dove con la parentesi quadra si intende il risultato della divisione approssimato per eccesso, quando il quoziente non è esatto.

Per un numero grande di oggetti

Il numero di passi è circa 3/2*n come per un numero pari di oggetti

Confrontando questo metodo con l'altro si nota il risparmio di passi.

Su 1000 oggetti

2000 passi in un caso 1500 passi nell'altro caso

Come si fa a dimostrare che non si può fare meglio del valore trovato?

In questo caso è sovrabbondante sommare

n-1 + n-1,

si può fare meglio, perché le informazioni acquisite per il Massimo (o per il minimo) possono servirmi per il minimo (o per il massimo),

ho dimostrato che si può fare meglio perché ho trovato un algoritmo migliore.

Devo dimostrare che non posso fare ancora meglio.

Un modo non rigoroso di rispondere è che non ho sprecato informazione.

Ma come faccio ad esserne proprio sicura?

Fare una dimostrazione diversa non sempre è facile…

(vedi l'approfondimento sulle dimostrazioni, a pag. 6)